XIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
Региональный этап

6 февраля 2021 г.

---

8 класс.

Второй день.

6. У уголка из трёх клеток *центральной* назовём клетку, соседнюю по стороне с двумя другими. Существует ли клетчатая фигура, которую можно разбить на уголки из трех клеток тремя способами так, чтобы каждая ее клетка в одном из разбиений была центральной в своем уголке?

7. Точка M — середина стороны AC равностороннего треугольника ABC. Точки P и R на отрезках AM и BC соответственно выбраны так, что $AP = BR$. Найдите сумму углов ARM, PBM и BMR.

8. Сначала Саша прямолинейными разрезами, каждый из которых соединяет две точки на сторонах квадрата, делит квадрат со стороной 2 на 2020 частей. Затем Дима вырезает из каждой части по кругу. Докажите, что Дима всегда может добиться того, чтобы сумма радиусов этих кругов была не меньше 1.

9. Дано натуральное число n, большее 2. Докажите, что если число $n!+n^3+1$ — простое, то число n^2+2 представляется в виде суммы двух простых чисел.

10. В квадратной таблице 2021х2021 стоят натуральные числа. Можно выбрать любой столбец или любую строку в таблице и выполнить одно из следующих действий: 1) Прибавить к каждому выбранному числу 1. 2) Разделить каждое из выбранных чисел на какое-нибудь натуральное число. Можно ли за несколько таких действий добиться того, чтобы каждое число в таблице было равно 1?

XIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
Региональный этап

6 февраля 2021 г.

---

8 класс.

Второй день.

6. У уголка из трёх клеток *центральной* назовём клетку, соседнюю по стороне с двумя другими. Существует ли клетчатая фигура, которую можно разбить на уголки из трех клеток тремя способами так, чтобы каждая ее клетка в одном из разбиений была центральной в своем уголке?

7. Точка M — середина стороны AC равностороннего треугольника ABC. Точки P и R на отрезках AM и BC соответственно выбраны так, что $AP = BR$. Найдите сумму углов ARM, PBM и BMR.

8. Сначала Саша прямолинейными разрезами, каждый из которых соединяет две точки на сторонах квадрата, делит квадрат со стороной 2 на 2020 частей. Затем Дима вырезает из каждой части по кругу. Докажите, что Дима всегда может добиться того, чтобы сумма радиусов этих кругов была не меньше 1.

9. Дано натуральное число n, большее 2. Докажите, что если число $n!+n^3+1$ — простое, то число n^2+2 представляется в виде суммы двух простых чисел.

10. В квадратной таблице 2021х2021 стоят натуральные числа. Можно выбрать любой столбец или любую строку в таблице и выполнить одно из следующих действий: 1) Прибавить к каждому выбранному числу 1. 2) Разделить каждое из выбранных чисел на какое-нибудь натуральное число. Можно ли за несколько таких действий добиться того, чтобы каждое число в таблице было равно 1?